

4. Anwendungen

4.1. Spiegelungen

1. **Projektionsebene**

$$11x + 16y - 14z - 60 = 0$$

2. **Lichtstrahl**

a) $R(11 | 4 | 10)$

b) $(8.5 | 6.5 | 0)$

3. **Spiegelung (Aus einer Prüfung)**

Gespiegelte Gerade: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$

Punkte: $(\frac{15}{2} | \frac{13}{2} | 0) = (7.5 | 6.5 | 0)$ und $(0 | 4 | 5).$

4. **Reflexion (Aus einer Prüfung)**

a) $R(-2 | 9 | 1), \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

b) 107.105°

5. **Reflexionsebene**

$$x - 2y + z - 4 = 0$$

6. **Zwei Spiegelungen**

$$R_1(4 | -4 | 4), R_2(0 | 0 | 2)$$

4.2. Ebene Figuren

1. **Quadrat**

$C(12 | -1 | -1)$ und $D(8 | -3 | -5)$
oder $C(4 | 7 | 3)$ und $D(0 | 5 | -1).$

2. **Rechteck (Aus einer Prüfung)**

a) $B(5 | 1 | -2)$ ist eindeutig.

$C(6 | 3 | 0), D(2 | 1 | 4)$ oder $C(4 | -1 | -4), D(0 | -3 | 0)$ oder
 $C(9 | 9 | 6), D(5 | 7 | 10)$ oder $C(1 | -7 | -10), D(-3 | -9 | -6)$

b) 4 Lösungen. Zwei Möglichkeiten für C , zwei Möglichkeiten für die Länge der Seite, die auf g liegt.

3. **Dreieck**

$C(0.6 | -0.4 | 0.2)$ oder $C(1.8 | 0.8 | 2.6)$

4. **Geo-Dreieck (Aus einer Prüfung)**

- a) $B(9|2|8)$, $C_1(12|-4|14)$, $C_2(6|8|2)$.
- b) Drei, nämlich ABC_1 , ABC_2 und AC_1C_2 .
Im letzten Fall liegt die Hypotenuse auf g .

5. **Gleichseitiges Dreieck**

$B(6|13|-15)$, $C(0|-11|-9)$ oder umgekehrt.

6. **Viereck (Aus einer Prüfung)**

Gegeben ist das Viereck $ABCD$.

$A(4|2|3)$, $B(2|-1|1)$, $C(-8|-2|-1)$, $D(0|3|3)$.

- a) Beispielsweise $(\vec{AB} \times \vec{AC}) \cdot \vec{AD} = 0$ oder $\varepsilon: x + 4y - 7z + 9 = 0$
- b) Drachenviereck mit Symmetrieachse AC weil $\|\vec{AB}\| = \|\vec{AD}\|$ und $\|\vec{BC}\| = \|\vec{CD}\|$.
- c) $4 \cdot \sqrt{66} = 32.50$

4.3. **Räumliche Körper**1. **Pyramide**

$D(13|6|-2)$, $S(15|-5|11)$ oder $S(3|19|3)$.

2. **Würfel (Aus einer Prüfung)**

- a) $B(7|-7|10)$, $C(15|1|14)$ oder $C(-1|-15|6)$,
 $E(-5|5|10)$ oder $E(11|-3|-6)$.
- b) 4 Lösungen (zwei für C , nach links/rechts, zwei für E , nach oben/unten)

3. **Quadratische Säule**

$A(4|2|1)$, $B(0|0|5)$, $E(10|-4|4)$ und $F(6|-6|8)$ sind eindeutig.
2 Lösungen für $C(2|4|9)$, $D(6|6|5)$, $G(8|-2|12)$, $H(12|0|8)$
oder $C(-2|-4|1)$, $D(2|-2|-3)$, $G(4|-10|4)$, $H(8|-8|0)$

4. **Pyramide (Aus einer Prüfung)**

$A(3|0|0)$, $B(11|-2|2)$, $C(11|4|8)$, $D(3|6|6)$.

5. **Würfel (Aus einer Prüfung)**

$B(6|9|5)$, $C(8|5|9)$, $E(6|3|-1)$, $F(10|7|1)$.

6. **Kegel (Aus einer Prüfung)**

- a) 76.968°
- b) $r = 3 \cdot \sqrt{3}$. Hinweis: $Z(5|1|6)$, $K(8|-2|9)$.

7. **Pyramide (Aus einer Maturprüfung)**

$S(15|0|4)$
Bodenquadrat $(10|5|11)$, $(6|3|7)$, $(8|7|3)$ $(12|9|7)$.

8. **Prisma (kleine Knacknuss)**

$B(4|2|-2)$, $C(2|0|2)$ kann man auch tauschen

$D(10|2|4)$, $E(8|6|2)$, $F(6|4|6)$ oder $D(2|-6|-4)$, $E(0|-2|-6)$,
 $F(-2|-4|-2)$

Diverse weitere Anwendungen1. **Gleiche Abstände**

$(10.5|-5.5|6.75)$ (Einzige Lösung, weil die Ebenen parallel sind.)

2. **Vorgegebener Winkel**

$(9|2|3)$ oder $(3|8|3)$.

3. **Zwei Ebenen und eine Gerade (Aus einer Prüfung)**

a) $Z(1|1|5)$ oder $Z(1|-1|1)$.

b) Man schneidet g mit den Winkelhalbierenden-Ebenen w_1 und w_2 . Die vier Ebenen schneiden sich in einer Geraden s .

Im Normalfall wird g die Ebenen w_1 und w_2 schneiden. Dann gibt es zwei Lösungen.

Sonderfälle:

b₁) Falls g zu w_1 oder w_2 parallel liegt, dann gibt es nur eine Lösung. (Mit *parallel* ist immer *echt parallel* gemeint.)

b₂) Falls g zu w_1 und w_2 parallel liegt, dann gibt es keine Lösung. So ist g parallel zu s

b₃) Falls g in w_1 oder w_2 liegt, dann gibt es unendlich viele Lösungen.

b₄) Falls g und s sich (echt) schneiden, dann gibt es eine Lösung. Allerdings ist dann der Kugelradius $r = 0$.

4. **Transversale**

$A(21|4|12)$, $B(29|2|18)$