

Quadratische Gleichungen

1. Quadratwurzeln (Repetition)

1.1. Rechnen mit Quadratwurzeln

1. Beispiele

a) $\sqrt{64} = \dots\dots\dots$

b) $\sqrt{\frac{1}{4}} = \dots\dots\dots$

c) $\sqrt{x^4} = \dots\dots\dots$

d) $\sqrt{x^{64}} = \dots\dots\dots$

e) $\sqrt{16x^{16}} = \dots\dots\dots$

Wir halten fest: $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

2. Definition

Die Quadratwurzel aus einer Zahl $x \geq 0$ ist diejenige Zahl $a \geq 0$, deren Quadrat x ergibt.

In Zeichen: $\sqrt{x} = a \Leftrightarrow a^2 = x, a \geq 0$.

x heisst Radikand.

3. Kopfrechnen

Berechne ohne Verwenden eines Taschenrechners.

a) $\sqrt{1.44} = \dots\dots\dots$

b) $\sqrt{0.01} = \dots\dots\dots$

c) $\sqrt{0.0004} = \dots\dots\dots$

d) $\sqrt{0.49} = \dots\dots\dots$

4. Radizieren und Quadrieren

Grundsätzlich sind Radizieren und Quadrieren Umkehroperationen voneinander, d.h. die eine Operation macht die andere rückgängig. Es ist aber Vorsicht geboten:

a) $\sqrt{x^2} = |x|$, weil $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

b) $(\sqrt{x})^2 = x$, weil $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

10. Wurzeln aus dem Nenner wegbringen, Teil I

a) $\sqrt{\frac{3}{5}} =$

b) $\sqrt{\frac{b}{h}} =$

c) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{3} =$

d) $\sqrt{\frac{9}{20}} =$



11. Wurzeln aus dem Nenner wegbringen, Teil II

a) $\frac{3}{4 - \sqrt{3}} =$

b) $\frac{5 - \sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} =$



12. Übungen

Fasse so weit als möglich zusammen. Der Taschenrechner ist nicht nötig.

a) $(\sqrt{12} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{8}) =$

b) $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{27} - 2) + \sqrt{2} \cdot (\sqrt{6} - \sqrt{50}) =$

c) $\frac{5}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{2} =$

d) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} =$

e) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{8} - \sqrt{5}} =$

**Lernkontrolle**

a) $\frac{3 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} + \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \sqrt{2} =$

b) $\frac{1 + \sqrt{8}}{\sqrt{2}} + \frac{3 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} =$

1.2. Gleichungen mit Quadratwurzeln

1. Bemerkung

Beim Lösen einer Gleichung hat das Vorkommen einer Quadratwurzel häufig den gleichen Effekt wie ein Parameter.

2. Musterbeispiele

Löse die Gleichungen

a) $\sqrt{3} + 4x = 6$

b) $3 + \sqrt{2} \cdot x = 8$

c) $x \cdot \sqrt{3} - 6 = 4 - \sqrt{12} \cdot x$

d) $\sqrt{5} \cdot x = \sqrt{2} \cdot x + 1$



Übungen

a) Löse die Gleichung $\sqrt{2} \cdot (x - 3) = x + 2$

b) Löse die Gleichung $(\sqrt{2} \cdot x - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{5} \cdot x - \sqrt{2} + x) = 0$

c) Löse das Gleichungssystem
$$\begin{cases} x + \sqrt{2} \cdot y = 5 \\ 2x - \sqrt{2} \cdot y = 4 \end{cases}$$