

4. Polynommultiplikation

4.1. Multiplikation von Monomen

1. Variablen multiplizieren

a) $m \cdot m \cdot m = \dots$

b) $x^2 \cdot x^3 = \dots$

c) $a^4 \cdot b^3 \cdot a^5 \cdot b^2 = \dots$

d) $f^4 \cdot g^3 \cdot h^7 = \dots$

2. Rechenregel

.....
.....
.....

3. Beispiele

Jetzt kommen Koeffizienten dazu

a) $5a \cdot 3a \cdot 2a = \dots$

b) $4m^4 \cdot 3m^3 \cdot 2m^2 = \dots$

c) $(-3ab) \cdot (-5ab) = \dots$

d) $-4a^3b^2c \cdot 3ab \cdot (-5ab^2) = \dots$

4. Rechenregel

.....
.....
.....

5. Potenzen

a) $(3a)^4 = \dots$

b) $(2xy)^3 = \dots$

c) $(-4a^3b^5)^3 = \dots$

d) $\left(-\frac{1}{2}d\right)^5 = \dots$

6. Rechenregel

.....
.....

7. Unterscheide genau

(Vorsicht, Falle!)

- a) $5x \cdot (-3x) = \dots$
- b) $5x - 3x = \dots$
- c) $(-4ab) \cdot (-7ab) \dots$
- d) $-4ab - 7ab = \dots$

8. Übungen

- a) $3m^2 \cdot 4m^3 \cdot 5m = \dots$
- b) $(2m^2 \cdot 5m^3)^2 \cdot 3m = \dots$
- c) $(-3m^2) \cdot (-4m^3) \cdot 5m = \dots$
- d) $(-5m)^2 \cdot (-2m)^3 = \dots$
- e) $(-2m^3) - (-4m^2) \cdot 5m = \dots$

**Lernkontrolle**

Vereinfache so weit als möglich:

$$(3mn)^2 \cdot (-6m^2n) - (2m)^4 \cdot n^3 + (3mn)^3 \cdot (-4n) =$$

4.2. Anwenden des Distributivgesetzes

1. Distributivgesetz

Es gilt: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.

Die Figur liefert die Illustration.



2. Beispiele

- a) $3 \cdot (2a + 4b) = \dots$
- b) $n \cdot (3m + 7n) = \dots$
- c) $2x^2 \cdot (3x^3 + 5x - 4) = \dots$
- d) $(3xy - 4x) \cdot z = \dots$
- e) $\frac{a}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}a^2 - \frac{3}{4}a + 3 \right) = \dots$

3. Rechenregel

.....
.....
.....

4. Musterbeispiele

Denk an das KLAPOPUSTRI

- a) $4 \cdot (a + b) + 5 \cdot (2a - 3b) = \dots$
.....
- b) $3x \cdot (x - 4) + 4x \cdot (2x - 7) = \dots$
.....
- c) $2 \cdot (3x - 5y) - 3 \cdot (4x + 8y) = \dots$
.....
- d) $2m \cdot (3m - 4n) - 5n \cdot (2m - 3n) = \dots$
.....

5. Übungen

a) $3x \cdot (x + 2) - 5 \cdot (x^2 + 3x - 5) - 2x \cdot (3x - 6) =$
 b) $5x^2 \cdot (x + 4) - 2x \cdot (2x^2 - 5x + 3) - 3 \cdot (x^3 - 2x^2 + 4x) =$

6. Mehrere Klammerebenen

Wir lösen von innen nach aussen auf.

a) $4a^2 - 2 \cdot [5b^2 - a \cdot (3a - 5b) + 2a^2] - b \cdot [3a + 4 \cdot (a - 5b)] =$
 b) $2m - 4 \cdot [3n + 5 \cdot \{-2 \cdot (m - 2n) - 6 \cdot (m + n)\} - 3m] + n =$

Lernkontrolle

Thema mit Variationen: Vereinfache und fasse zusammen.
Die Multiplikationspunkte sind absichtlich nicht geschrieben.

a) $2xy - 3y^2 + (4x^2 - 4yx - 3xy + 2y^2) - 8x^2 =$
 b) $2xy - 3(y^2 + 4x^2) - 4(yx - 3xy + 2y^2) - 8x^2 =$
 c) $2x(y - 3y^2 + 4x^2) - 4y(x - 3xy) + 2(y^2 - 8x^2) =$
 d) $2xy - 3[y^2 + 4\{x^2 - 4y(x - 3xy) + 2y^2\} - 8x^2] =$

4.3. Polynommultiplikation

1. Multiplikation zweier Binome

In zwei Schritten überlegen wir uns, was $(a + b) \cdot (c + d)$ ausmultipliziert ergibt.

a) $(a + b) \cdot k = \dots$

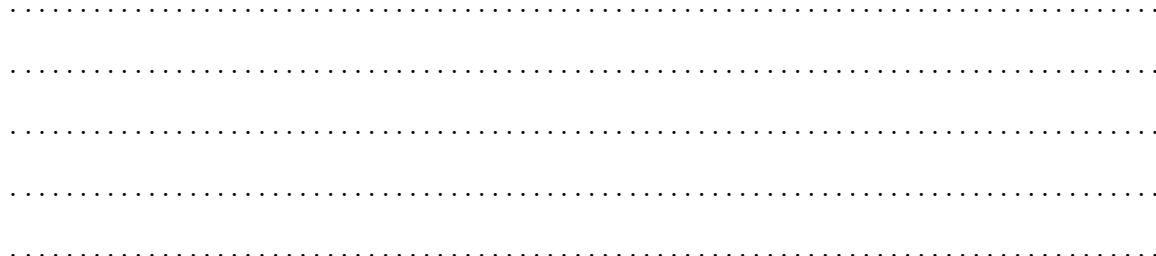
b) $(a + b) \cdot (c + d) = \dots$

.....

Das Ergebnis kann man auch in einer Figur darstellen:



2. Rechenregel



3. Musterbeispiele

a) $(4a - 2) \cdot (5a - 3) = \dots$

.....

b) $(3t^2 - 1) \cdot (4t^3 + 1) = \dots$

.....

c) $(m - 5n) \cdot (2m + 3n) = \dots$

.....

d) $(4a - 7b) \cdot (3b - 2a) = \dots$

.....

4. Tipps und Tricks

a) $(x + 5) \cdot (x + 3) = \dots$
 \dots

b) $(m + 4) \cdot (m + 12) = \dots$
 \dots

c) $(t + 7) \cdot (t - 2) = \dots$
 \dots

d) $(a - 3) \cdot (a - 10) = \dots$
 \dots

5. Trinome und höhere Polynome

a) $(d^2 + 2d + 3) \cdot (d - 4) =$

b) $(x^2 + 5x + 3) \cdot (x^2 - 2x + 4) =$

c) $(x^3 - 2x^2 + x - 3) \cdot (x^3 + 2x^2 - 2x - 6) =$

A large grid of squares, approximately 20 columns by 20 rows, intended for students to show their work for the polynomial multiplication problems.

6. Musterbeispiel

Jetzt kommen Summen und Differenzen dazu.

$$4c - 3c \cdot (c^2 - 4c + 1) - (3c^2 - 2) \cdot (c - 3) =$$

**7. Übungen**

a) $(x + 4) \cdot (2x + 1) + (x - 6) \cdot (2x - 4) =$

b) $(x + 3) \cdot (2x - 1) - (x - 1) \cdot (x - 5) =$

c) $3b - (4b - 1) \cdot (b + 2) - 2(3b - 7) =$



8. Musterbeispiel

In diesem Beispiel hat es drei Faktoren.

$$3 \cdot (a + 1) \cdot (b + 3) =$$

**9. Übung**

$$(3x + 2) \cdot (4x + 5) \cdot (x - 6) =$$

**Übungen für Schnellrechner**

Schreibe ohne Klammern und möglichst zusammengefasst.

a) $(x - 7) \cdot (x - 2) =$

b) $(3m - 5n) \cdot (2m - 7n) =$

c) $(a + 3)(b - 4) - (2a + 1)(b - 3) + 2(a + 5)(b - 2) =$

d) $(2x^4 - 3x^3 - 5x^2 + 2x - 6) \cdot (x^3 - 7x^2 + 6x - 1) =$

e) $(3x^2 - 5x + 2)(2x^2 + 7x - 1) - (x^2 + 5x - 3)(4x^2 - 3x + 4) =$

f) $(a + 2b) \cdot (2a - b) \cdot (a - 3b) =$

4.4. Binomische Formeln

1. Musterbeispiele

a) $(a + 6)^2 = \dots$

¹ See, for example, the discussion of the "right to be forgotten" in the European Union's General Data Protection Regulation (GDPR), Article 17(1).

b) $(y + 3)^2 = \dots$

.....

2. Binomische Formeln

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

Wir beweisen diese Formeln auf zwei Arten, nämlich rechnerisch und geometrisch.

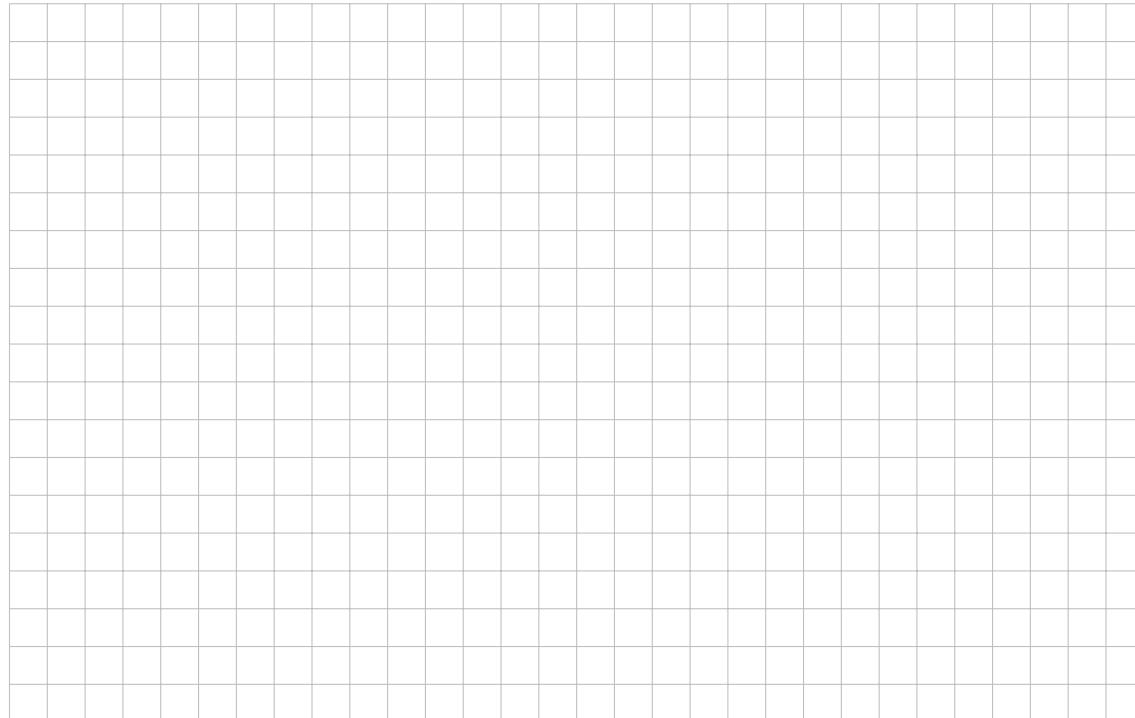
3. Musterbeispiele

- a) $(x + 7)^2 = \dots$
- b) $(3x + 1)^2 = \dots$
- c) $(4a - 3)^2 = \dots$
- d) $(7x + 4) \cdot (7x - 4) = \dots$
- e) $(3x^3 + 5y^5) \cdot (3x^3 - 5y^5) = \dots$

4. Beispiele

Achtung: KLAPOPUSTRI

- a) $2 \cdot (x - 3)^2 =$
- b) $4m \cdot (3m + 1)^2 =$
- c) $(a + 2b)^2 - (2a - 3b)^2 + a^2 =$

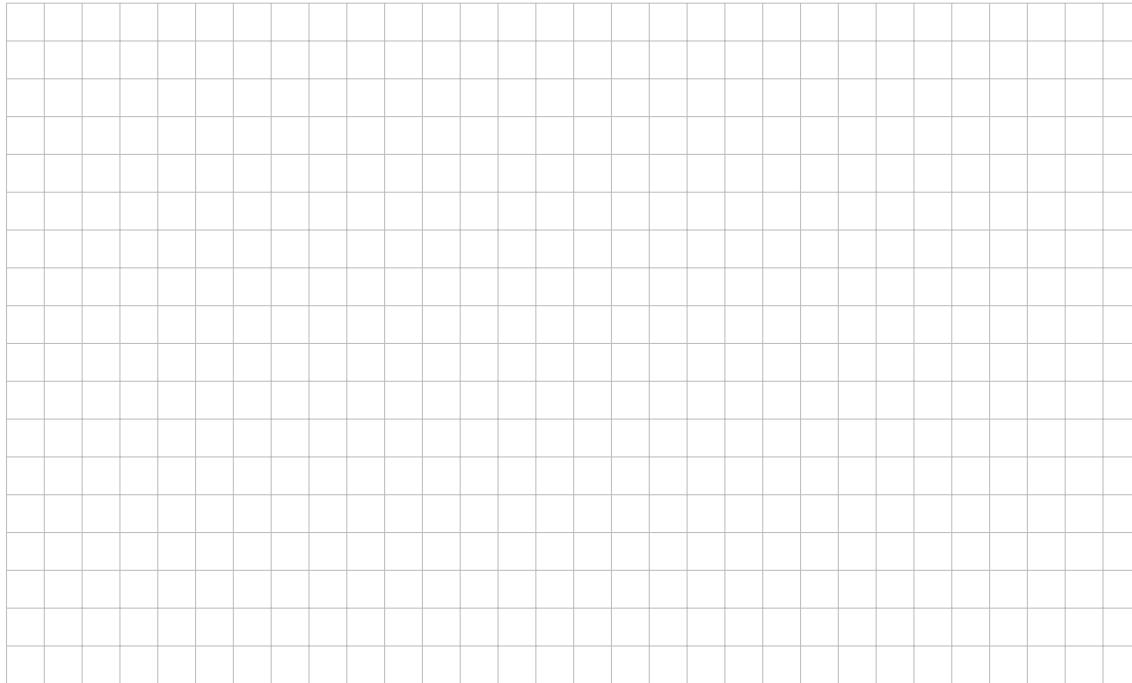
**Lernkontrolle**

- a) $(3a - 4b)^2 =$
- b) $(5xy + z^2) \cdot (5xy - z^2) =$
- c) $(x^3 - 4y^2) \cdot (x^3 + 4y^2) =$
- d) $(m + n)(3m - n) - (m + 4n)^2 =$
- e) $4(2f - 3g)^2 =$
- f) $5(3p - 2q)^2 - 2(4p - q)^2 - 3(p + 3q)(p - 3q) =$

4.5. Das Pascal'sche Dreieck

1. Binome potenzieren

Wir berechnen der Reihe nach: $(a + b)^2 =$, dann $(a + b)^3 =$ und $(a + b)^4 =$



2. Das Pascal'sche Dreieck

Die Koeffizienten der ausgerechneten Terme folgen einem bestimmten Muster:



3. Beispiel

Jetzt kann man $(a + b)^6 =$ quasi hinschreiben.

