4. Polynommultiplikation

4.1. Multiplikation von Monomen

1. **Variablen multiplizieren**
   a) $m \cdot m \cdot m =$ ....
   b) $x^2 \cdot x^3 =$ ....
   c) $a^4 \cdot b^3 \cdot a^5 \cdot b^2 =$ ....
   d) $f^4 \cdot g^3 \cdot h^7 =$ ....

2. **Rechenregel**

   ....

   ....

   ....

3. **Beispiele**
   Jetzt kommen Koeffizienten dazu

   a) $5a \cdot 3a \cdot 2a =$ ....
   b) $4m^4 \cdot 3m^3 \cdot 2m^2 =$ ....
   c) $(-3ab) \cdot (-5ab) =$ ....
   d) $-4a^3b^2c \cdot 3ab \cdot (-5ab^2) =$ ....

4. **Rechenregel**

   ....

   ....

   ....

5. **Potenzen**
   a) $(3a)^4 =$ ....
   b) $(2xy)^3 =$ ....
   c) $(-4a^3b^5)^3 =$ ....
   d) $\left(-\frac{1}{2}d\right)^5 =$ ....

6. **Rechenregel**

   ....

   ....

7. **Unterscheide genau**
(Vorsicht, Falle!)

a) $5x \cdot (-3x) =$ ....

b) $5x - 3x =$ ....

c) $(-4ab) \cdot (-7ab)$ ....

d) $-4ab - 7ab =$ ....

8. **Übungen**

a) $3m^2 \cdot 4m^3 \cdot 5m =$ ....

b) $(2m^2 \cdot 5m^3)^2 \cdot 3m =$ ....

c) $(-3m^2) \cdot (-4m^3) \cdot 5m =$ ....

d) $(-5m)^2 \cdot (-2m)^3 =$ ....

e) $(-2m^3) - (-4m^2) \cdot 5m =$ ....

Lernkontrolle
Vereinfache so weit als möglich:
$(3mn)^2 \cdot (-6m^2n) - (2m)^4 \cdot n^3 + (3mn)^3 \cdot (-4n) =$

4.2. Anwenden des Distributivgesetzes

1. **Distributivgesetz**
   Es gilt: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.
   Die Figur liefert die Illustration.

2. **Beispiele**
   a) $3 \cdot (2a + 4b) =$ ....
   b) $n \cdot (3m + 7n) =$ ....
   c) $2x^2 \cdot (3x^3 + 5x - 4) =$ ....
   d) $(3xy - 4x) \cdot z =$ ....
   e) $\frac{a}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}a^2 - \frac{3}{4}a + 3\right) =$ ....

3. **Rechenregel**
   ....
   ....
   ....

4. **Musterbeispiele**
   Denk an das KLAPOPUSTRI
   a) $4 \cdot (a + b) + 5 \cdot (2a - 3b) =$ ....
   ....
   b) $3x \cdot (x - 4) + 4x \cdot (2x - 7)$ ....
   ....
   c) $2 \cdot (3x - 5y) - 3 \cdot (4x + 8y) =$ ....
   ....
   d) $2m \cdot (3m - 4n) - 5n \cdot (2m - 3n) =$ ....
   ....

5. **Übungen**

a) $3x \cdot (x+2) - 5 \cdot (x^2 + 3x - 5) - 2x \cdot (3x - 6) =$

b) $5x^2 \cdot (x+4) - 2x \cdot (2x^2 - 5x + 3) - 3 \cdot (x^3 - 2x^2 + 4x) =$

6. **Mehrere Klammerebenen**

Wir lösen von innen nach aussen auf.

a) $4a^2 - 2 \cdot [5b^2 - a \cdot (3a - 5b) + 2a^2] - b \cdot [3a + 4 \cdot (a - 5b)] =$

b) $2m - 4 \cdot [3n + 5 \cdot \{-2 \cdot (m - 2n) - 6 \cdot (m + n)\} - 3m] + n =$

Lernkontrolle

Thema mit Variationen: Vereinfache und fasse zusammen.
Die Multiplikationspunkte sind absichtlich nicht geschrieben.

a) $2xy - 3y^2 + (4x^2 - 4yx - 3xy + 2y^2) - 8x^2 =$

b) $2xy - 3(y^2 + 4x^2) - 4(yx - 3xy + 2y^2) - 8x^2 =$

c) $2x(y - 3y^2 + 4x^2) - 4y(x - 3xy) + 2(y^2 - 8x^2) =$

d) $2xy - 3[y^2 + 4\{x^2 - 4y(x - 3xy) + 2y^2\} - 8x^2] =$

4.3. Polynommultiplikation

1. **Multiplikation zweier Binome**

   In zwei Schritten überlegen wir uns, was $(a+b) \cdot (c+d)$ ausmultipliziert ergibt.

   a) $(a+b) \cdot k =$ ....

   b) $(a+b) \cdot (c+d) =$ ....

   ....

   Das Ergebnis kann man auch in einer Figur darstellen:

2. **Rechenregel**

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

3. **Musterbeispiele**

   a) $(4a-2) \cdot (5a-3) =$ ....

   ....

   b) $(3t^2-1) \cdot (4t^3+1) =$ ....

   ....

   c) $(m-5n) \cdot (2m+3n) =$ ....

   ....

   d) $(4a-7b) \cdot (3b-2a) =$ ....

   ....

4. **Tipps und Tricks**

a) $(x+5)\cdot(x+3) =$ ....

....

b) $(m+4)\cdot(m+12) =$ ....

....

c) $(t+7)\cdot(t-2) =$ ....

....

d) $(a-3)\cdot(a-10) =$ ....

....

5. **Trinome und höhere Polynome**

a) $(d^2+2d+3)\cdot(d-4) =$

b) $(x^2+5x+3)\cdot(x^2-2x+4) =$

c) $(x^3-2x^2+x-3)\cdot(x^3+2x^2-2x-6) =$

6. **Musterbeispiel**

   Jetzt kommen Summen und Differenzen dazu.
   $4c - 3c \cdot (c^2 - 4c + 1) - (3c^2 - 2) \cdot (c - 3) =$

7. **Übungen**

   a) $(x + 4) \cdot (2x + 1) + (x - 6) \cdot (2x - 4) =$

   b) $(x + 3) \cdot (2x - 1) - (x - 1) \cdot (x - 5) =$

   c) $3b - (4b - 1) \cdot (b + 2) - 2(3b - 7) =$

8. **Musterbeispiel**
   In diesem Beispiel hat es drei Faktoren.
   $3 \cdot (a+1) \cdot (b+3) =$

9. **Übung**
   $(3x+2) \cdot (4x+5) \cdot (x-6) =$

Übungen für Schnellrechner

Schreibe ohne Klammern und möglichst zusammengefasst.

a) $(x-7) \cdot (x-2) =$

b) $(3m-5n) \cdot (2m-7n) =$

c) $(a+3)(b-4) - (2a+1)(b-3) + 2(a+5)(b-2) =$

d) $(2x^4 - 3x^3 - 5x^2 + 2x - 6) \cdot (x^3 - 7x^2 + 6x - 1) =$

e) $(3x^2 - 5x + 2)(2x^2 + 7x - 1) - (x^2 + 5x - 3)(4x^2 - 3x + 4) =$

f) $(a+2b) \cdot (2a-b) \cdot (a-3b) =$

4.4. Binomische Formeln

1. **Musterbeispiele**

   a) $(a+6)^2 =$ ....

   ....

   b) $(y+3)^2 =$ ....

   ....

2. **Binomische Formeln**

   $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

   Wir beweisen diese Formeln auf zwei Arten, nämlich rechnerisch und geometrisch.

3. **Musterbeispiele**
   a) $(x+7)^2 =$ ....
   b) $(3x+1)^2 =$ ....
   c) $(4a-3)^2 =$ ....
   d) $(7x+4)\cdot(7x-4) =$ ....
   e) $(3x^3+5y^5)\cdot(3x^3-5y^5) =$ ....

4. **Beispiele**
   Achtung: KLAPOPUSTRI
   a) $2\cdot(x-3)^2 =$
   b) $4m\cdot(3m+1)^2 =$
   c) $(a+2b)^2-(2a-3b)^2+a^2 =$

Lernkontrolle

a) $(3a-4b)^2 =$
b) $(5xy+z^2)\cdot(5xy-z^2) =$
c) $(x^3-4y^2)\cdot(x^3+4y^2) =$
d) $(m+n)(3m-n)-(m+4n)^2 =$
e) $4(2f-3g)^2 =$
f) $5(3p-2q)^2-2(4p-q)^2-3(p+3q)(p-3q) =$

4.5. Das Pascal'sche Dreieck

1. **Binome potenzieren**
   Wir berechnen der Reihe nach: $(a+b)^2 =$, dann $(a+b)^3 =$ und $(a+b)^4 =$

2. **Das Pascal'sche Dreieck**
   Die Koeffizienten der ausgerechneten Terme folgen einem bestimmten Muster:

3. **Beispiel**
   Jetzt kann man $(a+b)^6 =$ quasi hinschreiben.