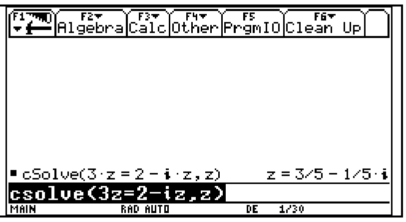
Lösung Matura EF AM (2006)

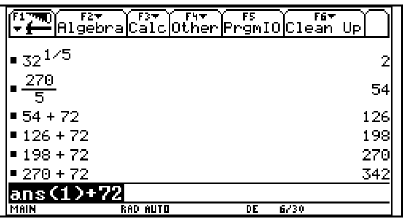
Aufgabe 1a)

Diese Aufgabe ist "von Hand" zu lösen, also durch Erweitern mit der konjugiert komplexen Zahl des Nenners.



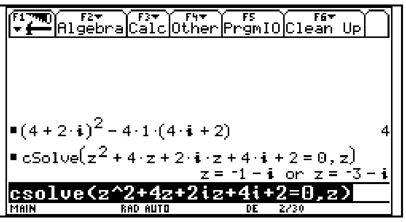
Aufgabe 1b)

"Von Hand":
Die Länge der Lösungen ist die 5. Wurzel aus 32, also 2.
Die Argumente sind 270°/5 = 54° plus Vielfache von 72° dazu
Also 2 cis(54°), 2 cis(126°), 2 cis(198°), 2 cis(270°) = –2i,
2 cis(342°)

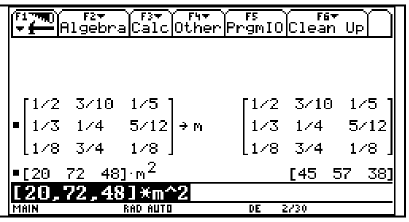


Aufgabe 1c)

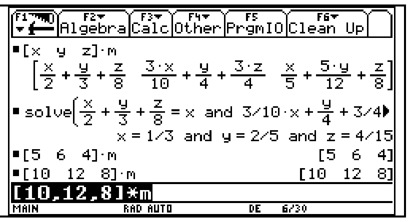
Anwenden der Lösungsformel für quadratische Gleichungen.
Die Diskriminante ist reell (D = 4), also ist die Wurzel daraus kein Problem.



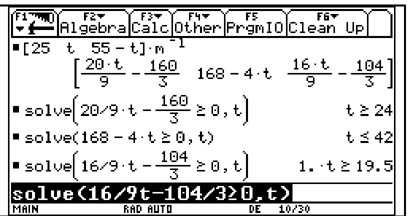
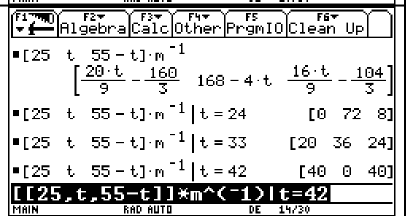
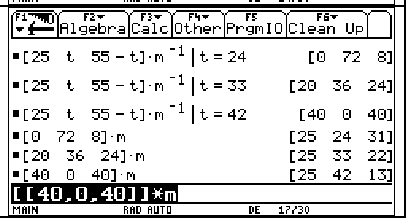
Aufgabe 2a)

<table>
<tr><td>Übergangsmatrix M rechnen.
Ausgangssituation mit M^2 multiplizieren</td><td>
</td></tr>
</table>

Aufgabe 2b)

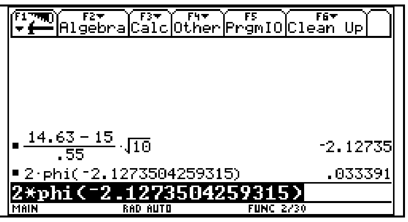
<table>
<tr><td>Stabile Lage mit üblichem Verfahren.
Es müssen 10, 12 resp. 8 Leute in den Kantinen essen.
(oder Vielfache davon; aber dies ist die Minimallösung.)</td><td>
</td></tr>
</table>

Aufgabe 2c)

<table>
<tr><td>x · M = [25, t, 55-t] mit unbekanntem t.
Also rechnen wir [25, t, 55-t] · M^{-1}.
Damit keine Zahl negativ wird, muss t zwischen 24 und 42 liegen.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Für t = 24, t = 33 und t = 42 gibt es ganzzahlige Lösungen.
Wegen der "Neuntel" gibt es dazwischen keine Lösungen.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Kontrolle:</td><td>
</td></tr>
</table>

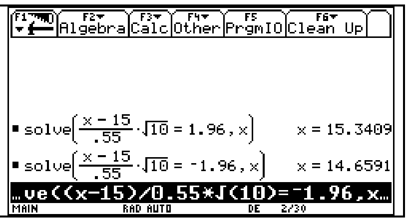
Aufgabe 3a)

Das erreichte Signifikanzniveau liegt klar unter 5%.
Also ist H_0 zu verwerfen, die Angabe des Herstellers stimmt wohl nicht.



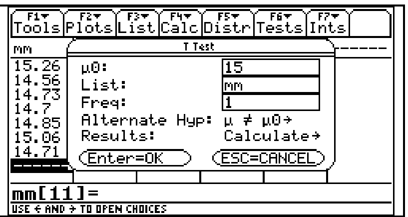
Aufgabe 3b)

Die zu erreichenden z-Werte sind ± 1.96.
Also erhält man die zu erreichenden Werte von x.
Kontrolle: der Wert aus Aufgabe a) liegt nicht im erlaubten Bereich.

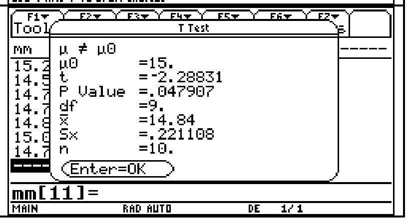


Aufgabe 3c)

t-Test.
Daten eingeben. Zweiseitiger Test laufen lassen.

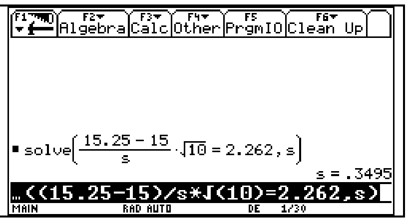


Das Signifikanzniveau liegt gerade unter 5%, also wird der gewünschte Durchmesser widerlegt.
H_0 ist zu verwerfen.

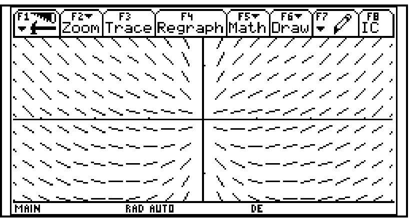


Aufgabe 3d)

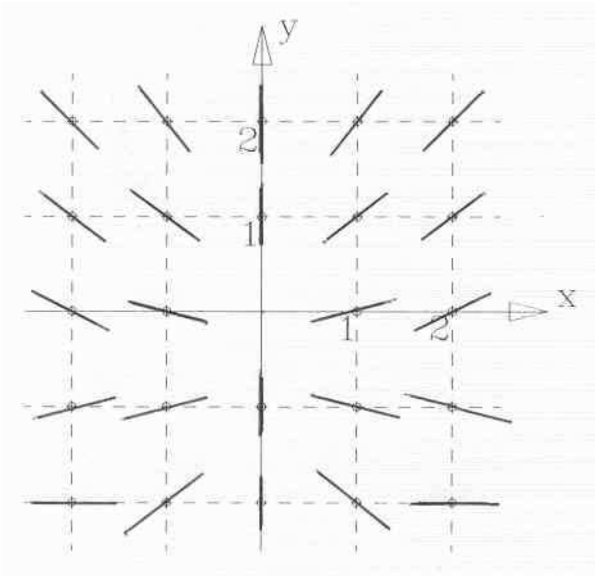
t = 2.262 für f = 9 Freiheitsgrade.
Alles in die Gleichung für die Kennzahl eingeben und nach s auflösen.



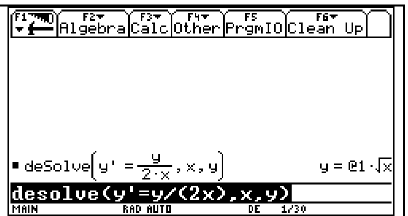
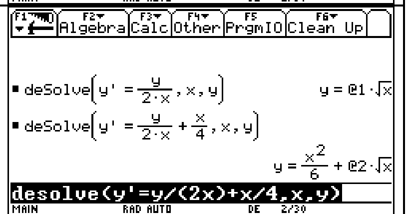
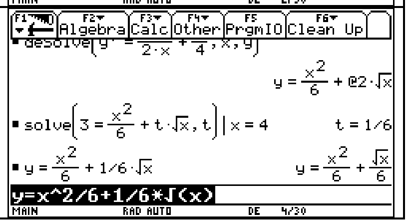
Aufgabe 4a)

Richtungsfeld zeichnen.	

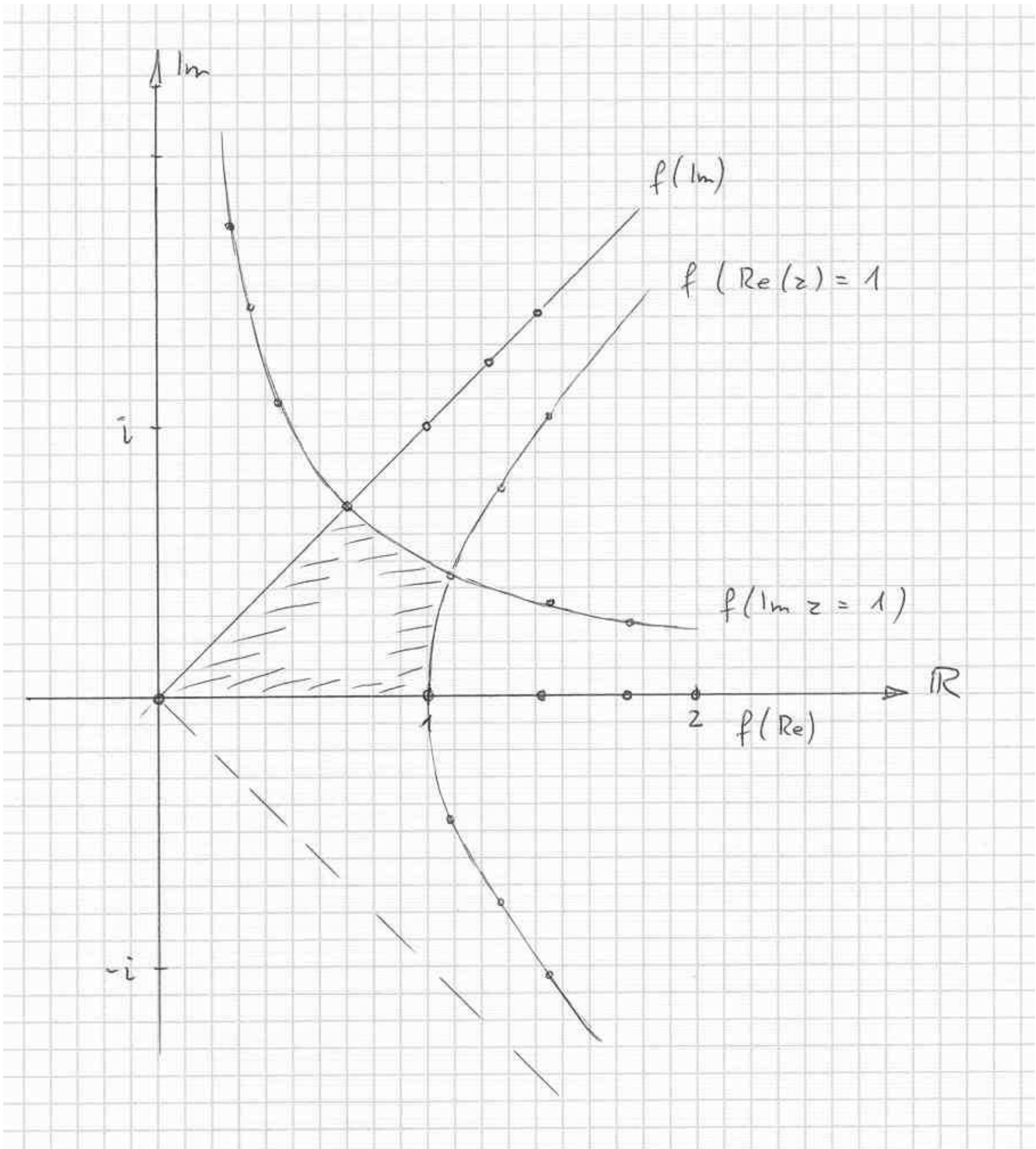
von Hand sollte es so aussehen:



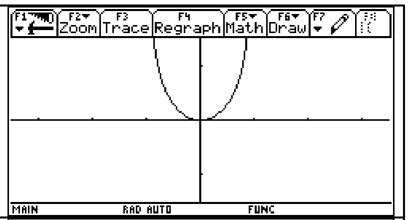
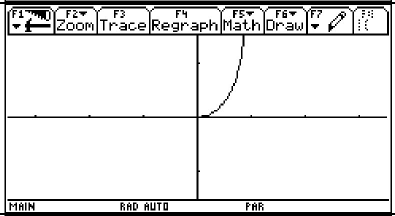
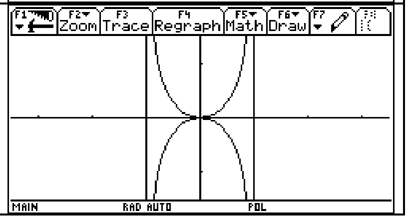
Aufgabe 4b)

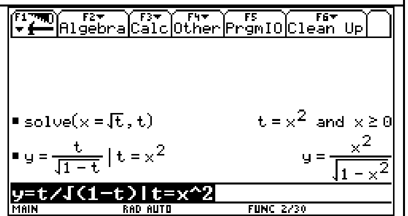
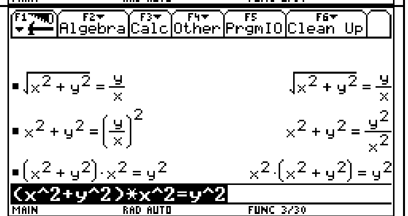
Löse zuerst die homogene Differentialgleichung mit Separation der Variabeln.	
Löse dann die inhomogene Differentialgleichung mit Variation der Konstanten.	
Zuletzt setzt man noch die Anfangsbedingung ein.	

Aufgabe 5)
Das Bild der reellen Achse ist wieder die reelle Achse, allerdings anders skaliert. (1 Punkt)
Das Bild der imaginären Achse ist die Gerade Re(w) = Im(w) mit nichtlinearer Skala. (2 P.)
Das Bild der Geraden Im(z) = 1 (2 Punkte) ist eine Hyperbel. (1 Punkt)
(Die Asymptoten sind die Koordinatenachsen. Wenn der Realteil sehr gross wird, dann wird das Argument fast Null. Wenn der Realteil negativ wird, dann geht das Argument gegen 180°. Beim Wurzelziehen wird das Argument halbiert, also geht es gegen 90°.)
Das Bild der Geraden Re(z) = 1 (2 Punkte) ist eine Hyperbel. (1 Punkt)
(Die Asymptoten sind die Winkelhalbierenden der Koordinatenachsen.)
Zuletzt erhält man das Bild des Einheitsquadrates. (1 Punkt)



Aufgabe 6)

Kurven anzeigen lassen a) explizite Form, das ist nur die obere Hälfte der ganzen Kurve.	
b) implizite Form in Parameterdarstellung das ergibt nur den Teil im I. Quadranten	
c) Polardarstellung das ergibt die ganze Kurve (sogar die Asymptoten werden aus grafischen Gründen "eingezeichnet")	

Man muss die Aequivalenz zweimal zeigen	
b) = a) Aus der Parameterdarstellung t eliminieren. Am besten löst man die Gleichung x(t) = ... nach t auf und setzt bei y(t) ein.	
c) = a) [oder c) = b)] Setze die Definition von r resp. tan(φ) ein.	
Forme dann um, d.h. löse im Wesentlichen nach y auf.