

# Kugelgeometrie

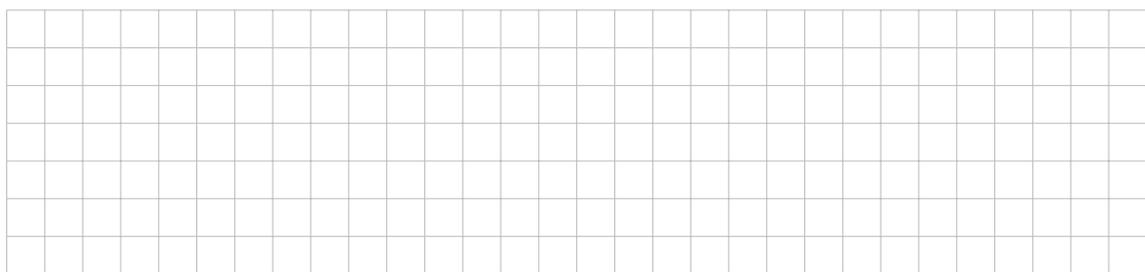
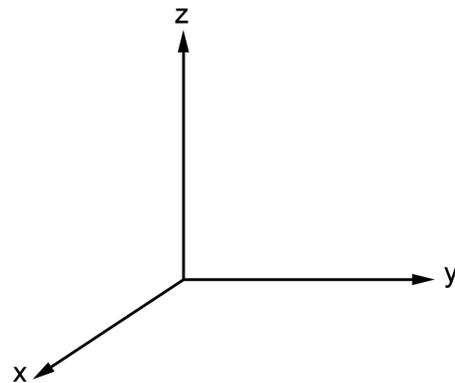
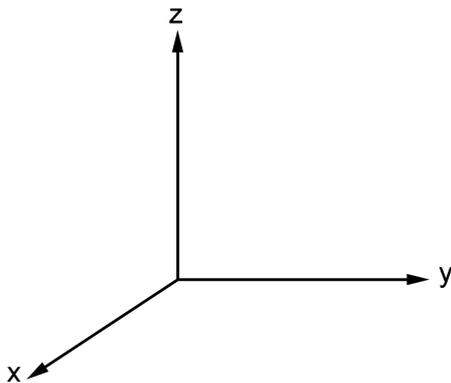
## 1. Konstruktionen

### 1.1. Kugelkoordinaten

#### 1. Verschiedene Koordinatensysteme

Um einen Punkt im Raum eindeutig festzulegen, gibt es mehrere Möglichkeiten:

- Man hat einen Koordinatenursprung und drei (paarweise zueinander senkrecht stehende) Achsen. Dann wird jeder Punkt durch seine Koordinaten festgelegt. Dieses Koordinatensystem wird rechtwinkliges oder kartesisches Koordinatensystem genannt.
- Zylinderkoordinaten
- Kugelkoordinaten



#### 2. Bemerkung

Die Kugelkoordinaten  $\varphi$  und  $\theta$  entsprechen den geografischen Längen- und Breitengraden.

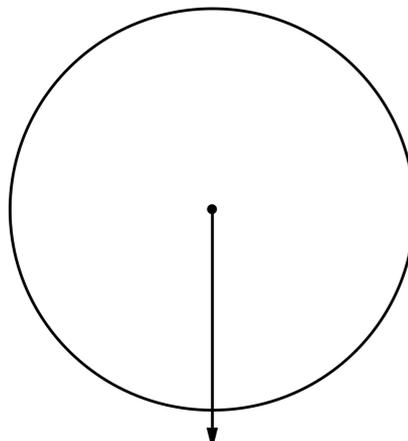
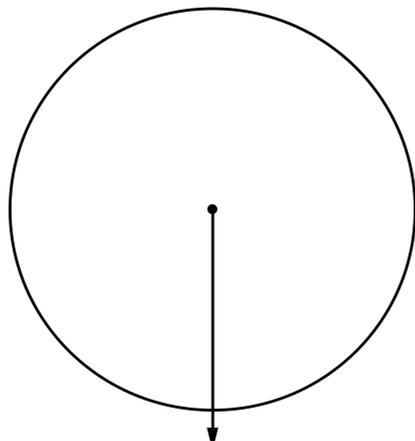
In der theoretischen Physik werden Kugelkoordinaten auch durch  $r$ ,  $\varphi$  und  $\theta$  angegeben, wobei  $\theta$  der Polarwinkel ist. Dann ist  $\theta = 90^\circ$  minus die geografische Breite.

Für dieses Skript ist jedoch mit  $\theta$  stets die geografische Breite gemeint.

3. **Konstruktion**

Gegeben ist die Äquatorebene. Vom Punkt  $P$  kennt man die geografische Länge und Breite. Wo liegt  $P'$ ?

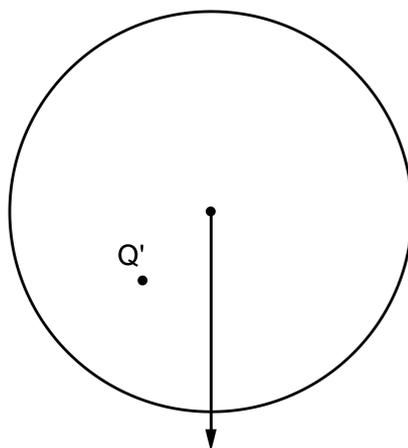
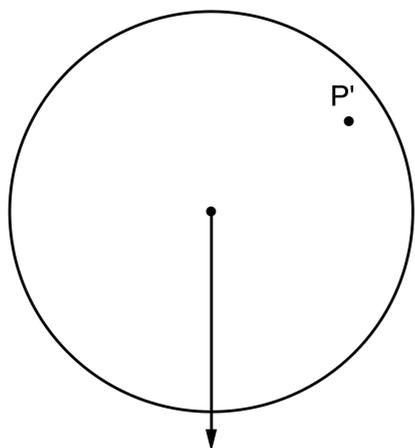
- a)  $\varphi = 65^\circ$ ,  $\theta = 35^\circ$   
 b)  $\varphi = -20^\circ$ ,  $\theta = -40^\circ$

4. **Konstruktion**

Umgekehrte Aufgabenstellung:

Man kennt die Äquatorebene und den Grundriss eines Punktes.

Konstruiere seine geografische Länge und Breite.

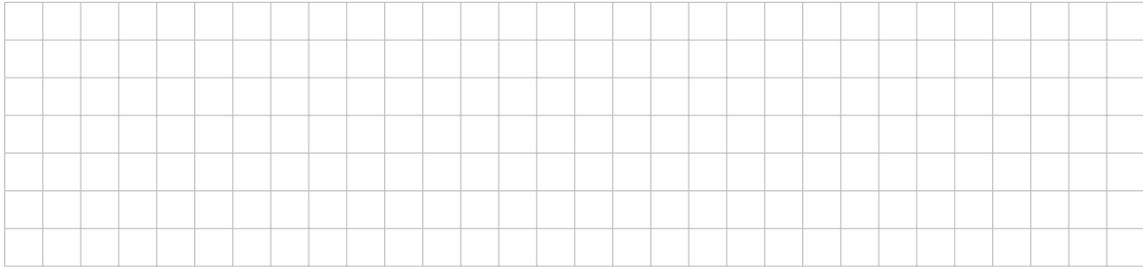
**Lernkontrolle**

Konstruiere (bei gegebenem Äquator) den  $35^\circ$ -Breitenkreis.

## 1.2. Sphärischer Abstand

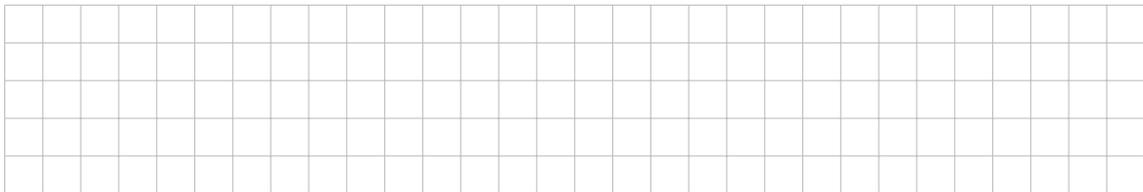
### 1. Kürzeste Verbindungslinien

In der ebenen Geometrie ist die kürzeste Verbindung zweier Punkte eine Strecke. Welches ist die kürzeste Verbindung zweier Kugelpunkte?



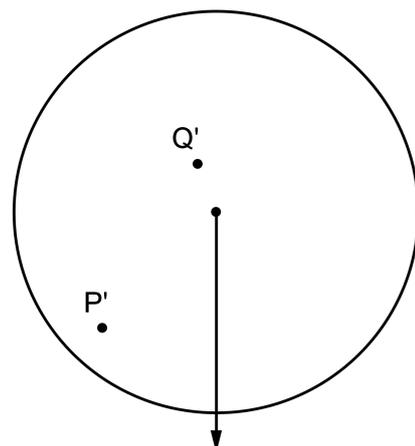
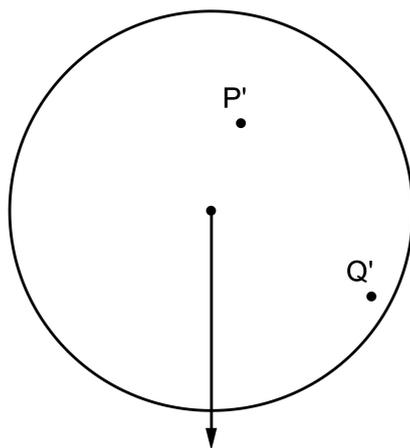
### 2. Bemerkung

In der ebenen Geometrie gibt es zu zwei vorgegebenen Punkten immer genau eine kürzeste Verbindung.



### 3. Konstruktion

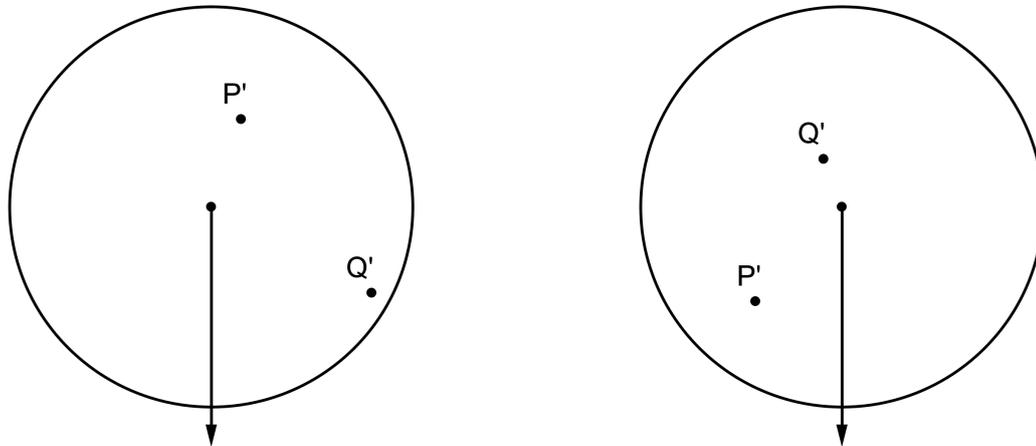
Gegeben sind die Kugelpunkte  $P$  und  $Q$ , wobei beide Punkte auf der Nordhalbkugel (oder beide auf der Südhalbkugel) liegen sollen. Konstruiere ihren sphärischen Abstand.



4. **Konstruktion**

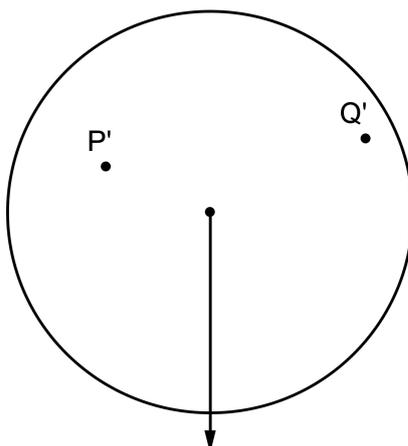
Gegeben sind die Kugelpunkte  $P$  und  $Q$ , wobei  $P$  auf der Nordhalbkugel und  $Q$  auf der Südhalbkugel liegen soll.

Konstruiere ihren sphärischen Abstand.

5. **Anwendung**

Gegeben sind die Kugelpunkte  $P$  und  $Q$ . Die beiden Punkte sollen auf der Nordhalbkugel liegen. Wir stellen uns die Punkte als Orte auf der Erde vor und betrachten die Bahn eines Flugzeugs, welches von  $P$  (z.B. Paris) nach  $Q$  (z.B. Quito) fliegt.

- Wo ist der nördlichste Punkt der Flugroute?
- Wie gross ist in diesem Punkt der Abstand zum Nordpol?

**Lernkontrolle**

Konstruiere den sphärischen Abstand der Punkte  $P$  und  $Q$ .  
 $P(\varphi = 65^\circ, \theta = 35^\circ)$ ,  $Q(\varphi = -45^\circ, \theta = -55^\circ)$ .