

### 3. Grundaufgaben der Differenzialrechnung

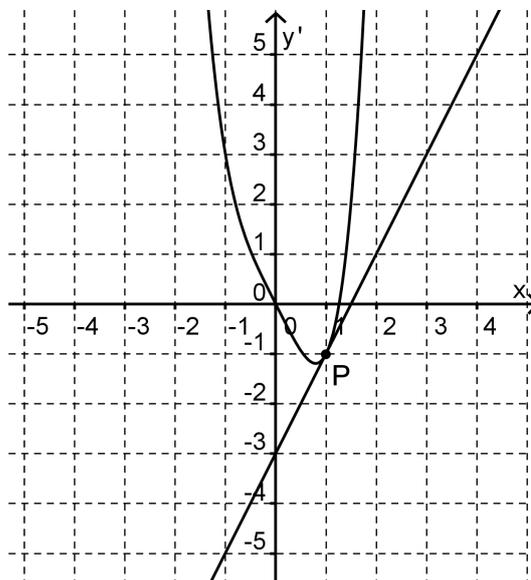
#### 3.1. Tangenten

1. Gegebener Kurvenpunkt

Gegeben ist die Funktion

$$y = f(x) = x^4 - 2x.$$

Bestimme die Gleichung der Kurventangente im Kurvenpunkt  $P(1 | \dots)$ .

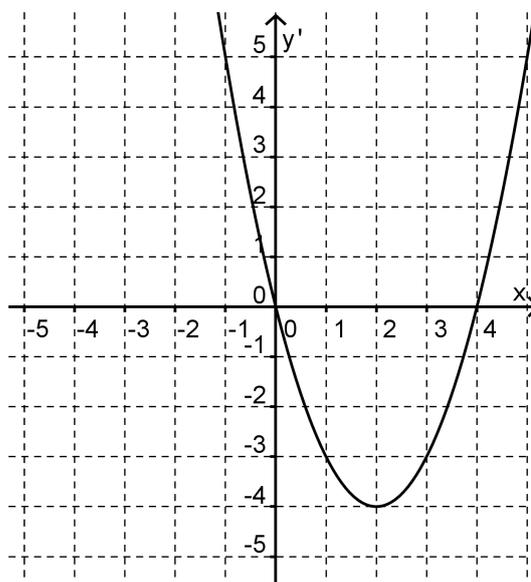


2. Vorgegebene Steigung

Gegeben ist die Funktion

$$y = f(x) = x^2 - 4x.$$

Bestimme die Gleichung derjenigen Kurventangente, welche eine Steigung von  $m = 2$  aufweist.



**Übung**  
 Gegeben ist die Funktion  $y = f(x) = -x^2 + 3x + 2$ .  
 Bestimme die Kurventangente ...

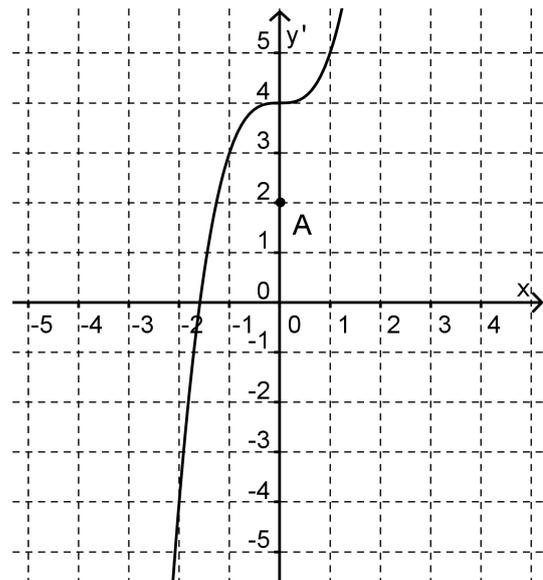
a) ... im Kurvenpunkt  $A(3 | \dots)$ .  
 b) ... mit Steigung  $m = 5$

3. Gegebener Punkt

Gegeben ist die Funktion

$$y = f(x) = x^3 + 4.$$

Bestimme die Gleichung derjenigen Kurventangente, welche durch den Punkt  $A(0|2)$  geht.

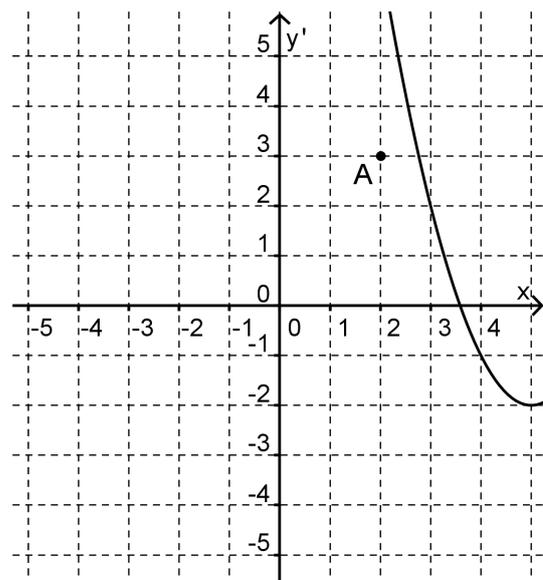


4. Gegebener Punkt

Gegeben ist die Funktion

$$y = f(x) = x^2 - 10x + 23.$$

Bestimme die Gleichung derjenigen Kurventangente, welche durch den Punkt  $A(2|3)$  geht.



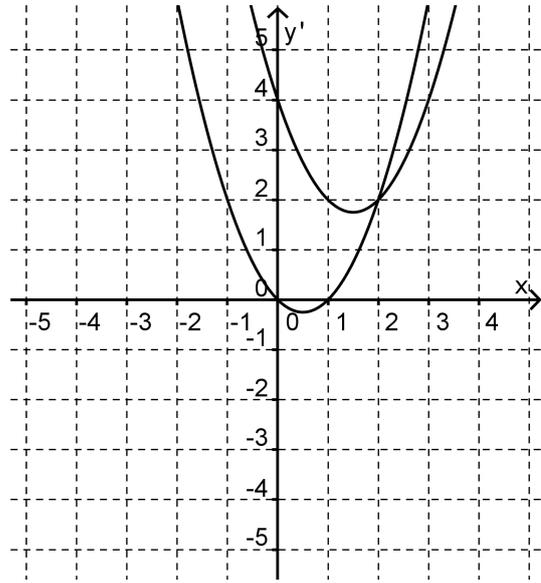
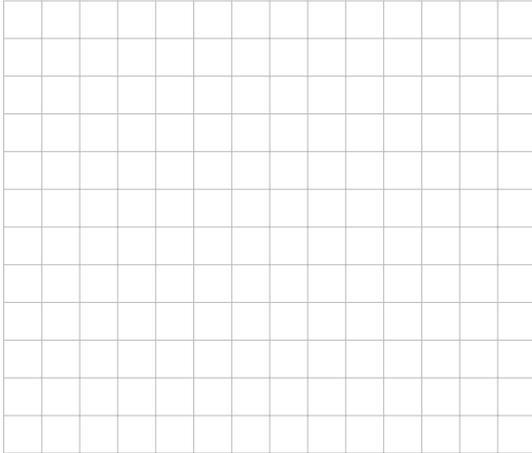
**Übung**  
 Bestimme die Gleichung einer Tangente an die Funktionskurve von  $y = f(x) = x^3 - 4x^2 + 3$ , welche durch  $P(5|0)$  geht.

### 3.2. Schnittwinkel

#### 1. Musterbeispiel

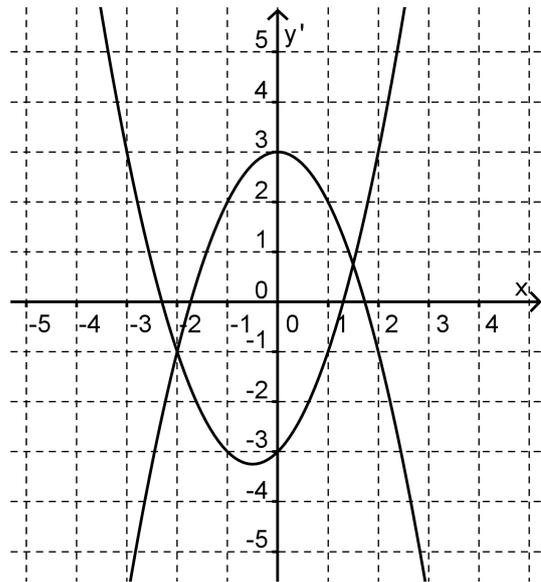
Gegeben sind  $y = f(x) = x^2 - 3x + 4$   
 und  $y = g(x) = x^2 - x$ .

Bestimme die Koordinaten des Schnittpunktes und den Schnittwinkel.



#### 2. Musterbeispiel

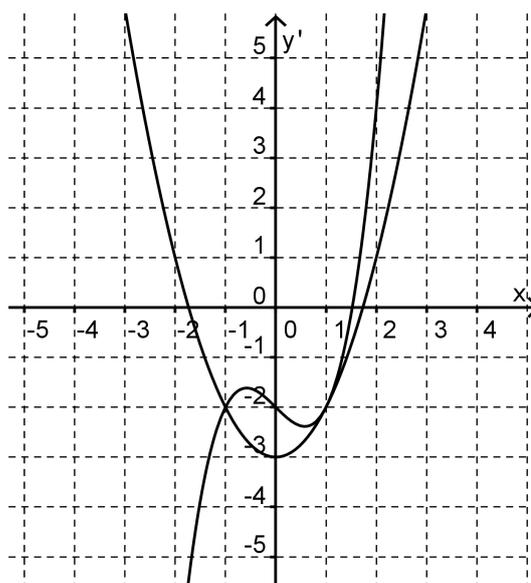
Gegeben sind  $y = f(x) = x^2 + x - 3$   
 und  $y = g(x) = 3 - x^2$ .



**Übung**  
 Bestimme alle Schnittpunkte und Schnittwinkel der Kurven  
 $y = x^3 - 2x$  und  $y = x^2$ .

3. **Berührung zweier Kurven**

Gegeben sind  $y = f(x) = x^3 - x - 2$   
 und  $y = g(x) = x^2 - 3$ .  
 Zeige, dass sich die beiden Kurven berühren.



4. **Bemerkung**

Zwei Kurven berühren sich, wenn .....

.....

.....

.....

5. **Überlegung**

Was ist mathematisch stärker: *berühren* oder *schneiden*? .....

.....

.....

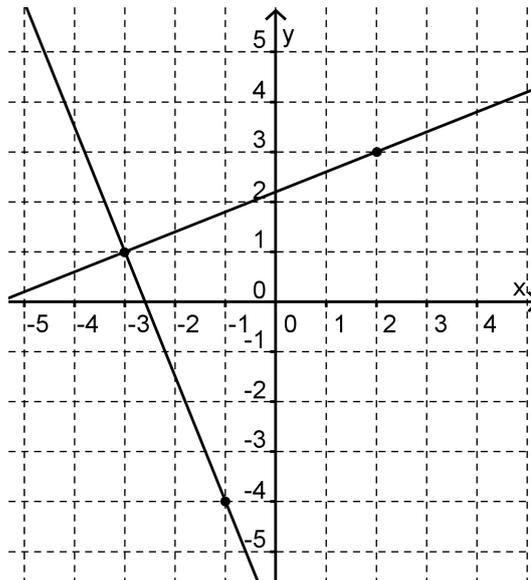
**Aus einer Prüfung**

Gegeben sind:  $y = f_1(x) = x^3 - 16x - 15$ ,  $y = f_2(x) = x^2 + 5$ .  
 Die beiden Funktionskurven schneiden sich in einem Punkt  $S$  und berühren sich in einem anderen Punkt  $B$ .  
 Bestimme die Koordinaten von  $S$  und  $B$ , den Zwischenwinkel der beiden Kurven im Punkt  $S$  und die Gleichung der gemeinsamen Tangente im Punkt  $B$ .

### 3.3. Kurvennormalen

#### 1. Senkrecht stehende Geraden

Die beiden Geraden in der Figur rechts stehen rechtwinklig aufeinander. Dann gilt:

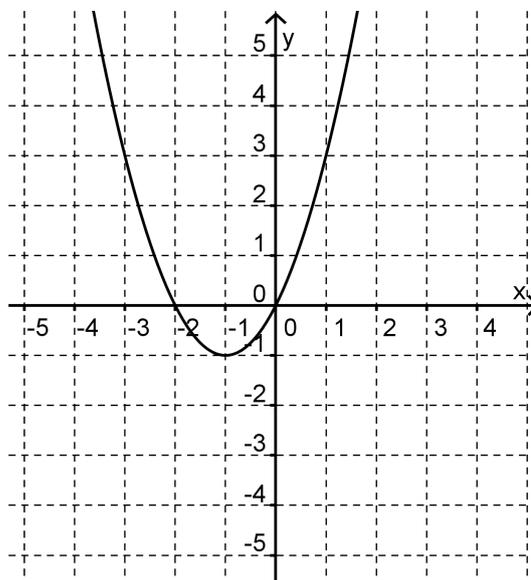


#### 2. Definition

Das Lot auf eine Kurventangente .....

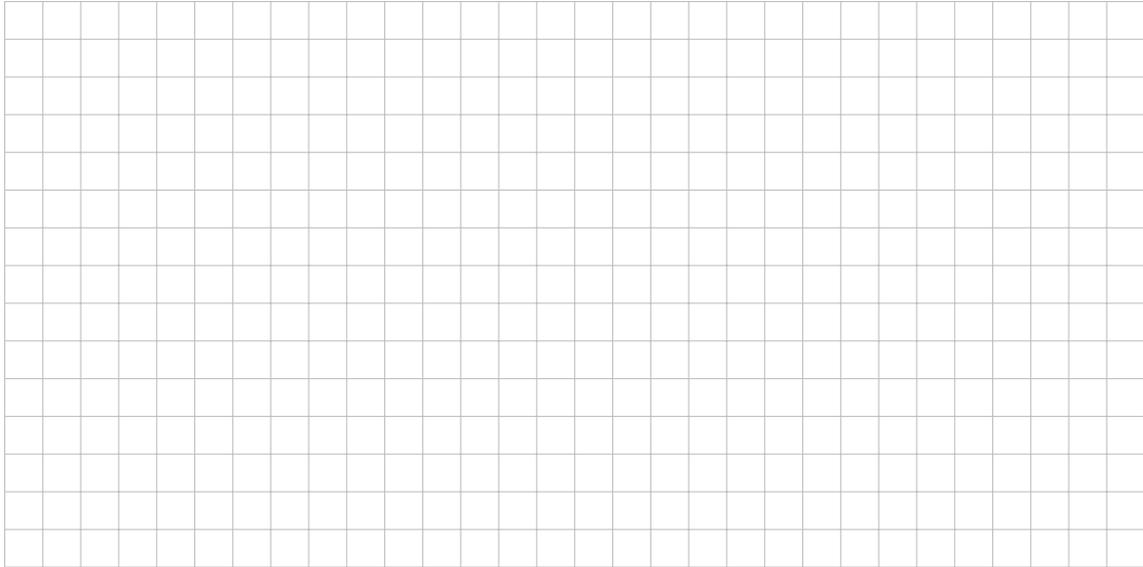
#### 3. Gegebener Kurvenpunkt

Gegeben ist die Funktion  $y = f(x) = x^2 + 2x$ . Bestimme die Gleichung der Kurvennormalen im Kurvenpunkt  $P(1 | \dots)$ .



4. **Kurvennormale von einem Punkt aus**

Welche vom Koordinatenursprung ausgehende Gerade ist Kurvennormale an die Funktion  $y = (x - 3)^2$ ?

**Behauptung**

Die Kurven  $y = x^3 - x + 2$  und  $y = -x^2 + x + 2$  schneiden sich im I. Quadranten rechtwinklig. Stimmt das? (Begründe.)