# 3. Rationale Zahlen

# 3.1. Kürzen, erweitern und gleichnamig machen von Brüchen

## 1. Bemerkung

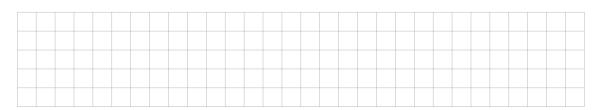
Addition, Subtraktion und Multiplikation ist innerhalb der ganzen Zahlen abgeschlossen, d.h. wenn man zwei ganze Zahlen addiert, subtrahiert oder multipliziert, dann wird das Ergebnis immer auch eine ganze Zahl sein.

Diese Eigenschaft gilt für eine Division nicht mehr in jedem Fall. Daher definieren wir die rationalen Zahlen.

2.	Definition
3.	Beispiele Rationale Zahlen sind:
	a) alle natürlichen und ganzen Zahlen.
	b) alle Zahlen, die man als Bruch schreiben kann.
	Beispiele rationaler Zahlen:
	Beispiele nichtrationaler Zahlen:
4.	Kürzen
	Brüche kürzen heisst
5.	Beispiele Kürze die Brüche.
	$\frac{25}{40} = \frac{42}{90} = \frac{24}{15} =$
	$\frac{4}{28} = -\frac{34}{51} = \frac{21}{70} =$

Welche Brüche haben den gleichen Wert?

$$\frac{21}{14}$$
,  $\frac{24}{18}$ ,  $\frac{6}{4}$ ,  $\frac{57}{38}$ ,  $\frac{99}{66}$ .



7.	Erweitern

 Brüche erweitern	heisst	 	 	 	

## 8. Beispiele

Erweitere auf den Nenner 48.

$$\frac{1}{6} = \frac{23}{12} = \frac{1}{12}$$

$$-\frac{9}{8} =$$

$$-\frac{2}{3} =$$

$$-\frac{23}{12} =$$

$$\frac{51}{24} =$$

$$\frac{7}{4} =$$

# 9. Gleichnamig machen

Brüch	e gleichnamig	g machen heisst	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	 • •

# 10. Beispiele

Mache die Brüche gleichnamig.

$$\frac{1}{4} \text{ und } \frac{1}{3}$$

$$\frac{12}{25}$$
 und  $\frac{14}{15}$ 

$$\frac{7}{6}$$
 und  $\frac{8}{5}$ 

$$-\frac{2}{3}$$
 und  $\frac{9}{8}$ 

Ordne die Brüche der Grösse nach. Verwende das Zeichen <

$$\frac{11}{18}$$
,  $\frac{5}{9}$ ,  $\frac{7}{12}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{19}{36}$ .



# 12. Überlegungsaufgabe

Welcher Bruch ist grösser?



#### Für Schnellrechner

Ordne die Brüche, indem du das Zeichen > verwendest.

$$\frac{35}{24}$$
,  $\frac{103}{72}$ ,  $\frac{7}{12}$ ,  $\frac{53}{36}$ ,  $\frac{13}{9}$ .

#### 13. Knacknuss

Welche Werte darf der Zähler x annehmen, damit die Ungleichung erfüllt wird?

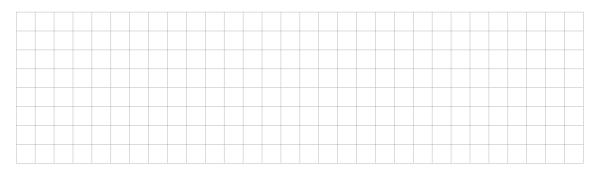
$$a) \quad \frac{x}{12} > \frac{7}{5}$$

b) 
$$\frac{2}{3} \le \frac{x}{24} < \frac{3}{2}$$



# 14. Übung

Löse ebenso: 
$$\frac{7}{4} \ge \frac{x}{24} \ge \frac{1}{9}$$



#### Lernkontrolle

Gegeben sind zunächst vier Brüche, nämlich

$$\frac{23}{15}$$
,  $\frac{7}{4}$ ,  $\frac{37}{24}$  und  $\frac{9}{5}$ .

- a) Ordne sie der Grösse nach zu einer Liste.
- b) Der Bruch  $\frac{x}{7}$  soll in die Mitte der obigen geordneten Liste zu stehen kommen. Wie gross darf x sein?

## 3.2. Addition und Subtraktion

# 1. Gleichnamige Brüche

$$\frac{5}{14} + \frac{3}{14} =$$

Wenn die Brüche gleichnamig sind, dann ......

.....

# 2. Nicht gleichnamige Brüche

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{10} =$$

## 3. Satz


.....

## 4. Summen und Differenzen

a) 
$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \dots$$

b) 
$$\frac{3}{5} + \frac{5}{4} + \frac{1}{2} = \dots$$

c) 
$$\frac{4}{7} - \frac{1}{4} = \dots$$

d) 
$$\frac{2}{3} + \frac{7}{12} - \frac{5}{6} = \dots$$

e) 
$$\frac{7}{9} - \frac{5}{3} = \dots$$

.....

f) 
$$2 - \frac{8}{5} - \frac{7}{10} = \dots$$

a) 
$$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{7}{12} =$$

b) 
$$3 - \frac{1}{3} - \frac{3}{4} =$$

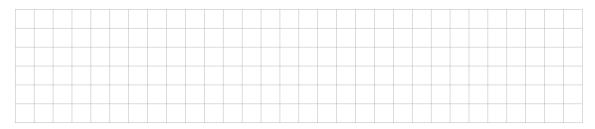
c) 
$$\frac{1}{2} + 2 - \frac{3}{4} - \frac{7}{12} =$$



# 6. Negative Zahlen

a) 
$$\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{5}{3}\right) - \frac{1}{4} =$$

b) 
$$-\frac{1}{3} - \left(-\frac{2}{5}\right) - \left(-\frac{4}{15}\right) =$$

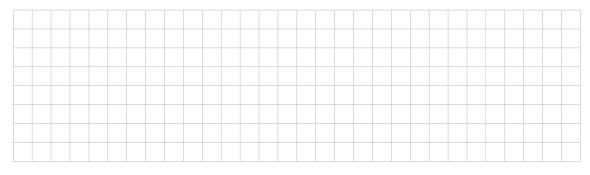


# 7. Klammern

a) 
$$\frac{1}{3} - \left(\frac{8}{5} - \frac{1}{2}\right) =$$

b) 
$$\frac{4}{9} - \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{6}\right) =$$

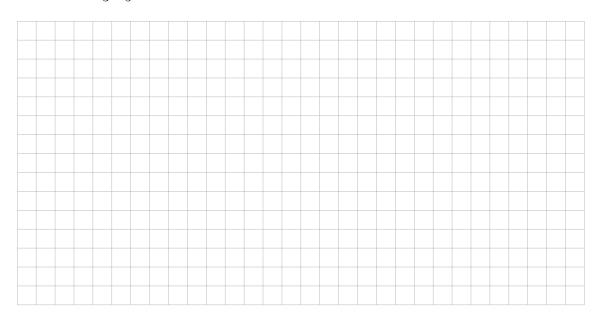
c) 
$$\frac{5}{8} - \left(\frac{2}{5} - \left(\frac{3}{4} - \frac{7}{10}\right) + \frac{1}{2}\right) - 1 =$$



# 3.3. Multiplikation

## 1. Beispiel

Wie viel ist  $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = ?$ 



#### 2. Bemerkung

Wenn man zwei Drittel von vier Fünfteln berechnet, führt man genau genommen eine Multiplikation durch.

3. Satz

 Brüche werden multipliziert,	 

4. Musterbeispiele

a) 
$$\frac{25}{12} \cdot \frac{8}{5} = \dots$$

b) 
$$\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{21} \cdot \frac{7}{13} = \dots$$

c) 
$$\left(-\frac{25}{12}\right)\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)\cdot\left(-\frac{14}{11}\right)=\dots$$

$$d) \quad 3 \cdot \frac{7}{5} = \dots$$

Denk an das KLAPOPUSTRI.

a) 
$$\frac{2}{4} \cdot \frac{1}{4} - \frac{5}{6} =$$

b) 
$$\frac{5}{8} \cdot \left(\frac{1}{3} - \left(-\frac{5}{6}\right)\right) =$$

c) 
$$\left(\frac{1}{4} + \frac{2}{7}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) =$$

$$\mathrm{d})\ \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) =$$

e) 
$$\frac{3}{5} - \left(\frac{5}{6} - 2\right) \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{10}\right) =$$



#### 6. Potenzieren

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 =$$

$$\left(\frac{7}{4}\right)^2 =$$

## 7. Satz

Brüche werden potenziert, .....

8. Musterbeispiele

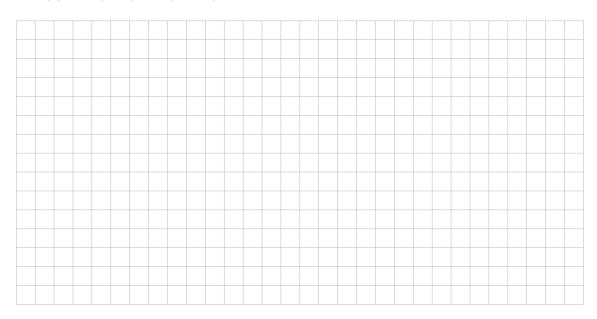
.....

b) 
$$\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right)^2 = \dots$$

c)  $\frac{5}{6} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \dots$ 

9. Meisterstück

$$\frac{2}{3} \cdot \left( \left( \frac{1}{4} - \frac{5}{6} \right) \cdot \left( \frac{2}{5} - 2 \right) + \frac{1}{3} \right) \cdot \left( \frac{1}{2} \right)^2 =$$



Lernkontrolle

a) 
$$\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8} - \left(2 + \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right)^2\right) =$$

b) 
$$\frac{5}{3} - 3 \cdot \left(\frac{5}{2} - \frac{7}{6}\right)^2 =$$

## 3.4. Division

-1	$\mathbf{r}$	C	• ,	•	
	1 10	tir	<b>11</b> †	ior	٦

Der Kehrwert (reziproke Wert) eines Bruches .....

. . . .

## 2. Beispiele

- a) Der Kehrwert von  $\frac{3}{4}$  ist ......
- b) Der Kehrwert von  $-\frac{5}{8}$  ist ......
- c) Der Kehrwert von 4 ist .....
- d) Der Kehrwert von -7 ist .....
- e) Der Kehrwert von 0 .....

## 3. Bemerkung

Wenn man einen Wert durch 4 dividiert, dann erhält man das gleiche Ergebnis, wie wenn man diesen Wert mit  $\frac{1}{4}$  multipliziert.

#### 4. Satz

Brüche werden d	dividiert,	 	 

#### 5. Beispiele

a) 
$$\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \dots$$

b)  $\frac{5}{14} : \frac{8}{35} = \dots$ 

c)  $\frac{5}{8}:15=$  ......

.....

d)  $\frac{4}{9}:\left(-\frac{5}{6}\right) = \dots$ 

e)  $\left(-\frac{11}{6}\right): \left(-\frac{22}{7}\right) = \dots$ 

Denk an das KLAPOPUSTRI

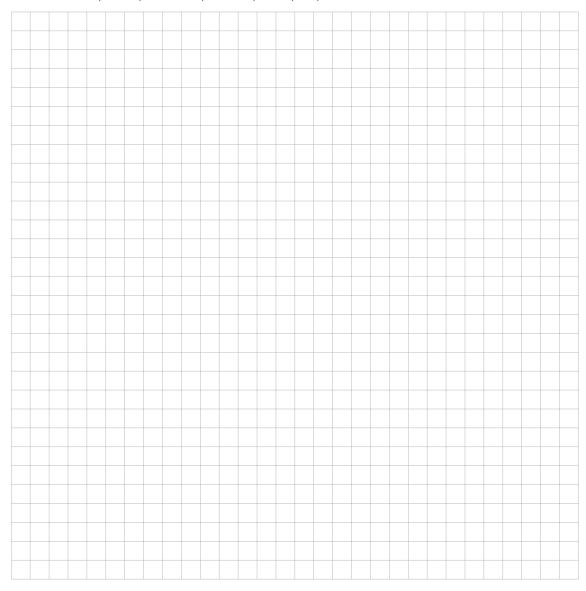
a) 
$$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) : \left(-\frac{5}{6}\right) =$$

b) 
$$\frac{3}{4}: \left(\frac{2}{3}\right)^2 =$$

c) 
$$\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{12}\right) : \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{3}\right) =$$

d) 
$$\frac{2}{3}: \frac{3}{4} - \frac{5}{6}: \left(\frac{2}{5} - 1\right) + \left(\frac{1}{3}: \frac{2}{3}\right)^2 =$$

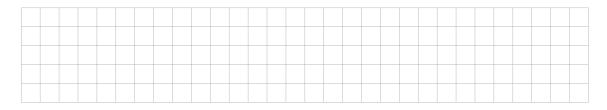
e) 
$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{1}{3} - 3\right) - \frac{3}{5} : \left(\frac{3}{20} - \frac{1}{4}\right) - \left(-\frac{3}{2}\right)^2 =$$



# 7. Doppelbrüche

Was ist 
$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}} = ?$$

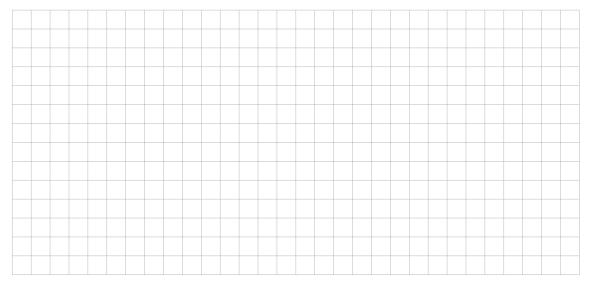
Was ist  $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}} = ?$ Und was ist mit  $\frac{3}{\frac{4}{5}}$  gemeint?



a) 
$$\frac{\frac{4}{7}}{\frac{5}{3}} =$$

b) 
$$\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}} =$$

8. Übung
a) 
$$\frac{\frac{4}{7}}{\frac{5}{3}} =$$
b)  $\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}} =$ 
c)  $\frac{\frac{2}{3} - 1}{2 - \frac{4}{5}} =$ 



Lernkontrolle 
$$\frac{\frac{1}{4} - \frac{5}{6} : \left(\frac{2}{5} - 1\right) + \frac{1}{3}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{12}{5} : \frac{2}{5} - 1 : \frac{1}{3}} =$$

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{3} + 2 \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{7}{10}\right) \\ \frac{1}{2} - \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5}\right) \end{vmatrix} =$$